13/01/2022 ES 5 (secondo punto)

Stabilire al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$ se il seguente metodo multistep è stabile.

$$y_{k+1} = 2y_k - (1+4\gamma^2)y_{k-1} + h\left[f(x_k, y_k) - f(x_{k-1}, y_{k-1})\right]$$

$$y_{k+1} - 2y_k + (1+4\gamma^2)y_{\boxed{k-1}} = h\left[f(x_k, y_k) - f(x_{k-1}, y_{k-1})\right]$$

$j = k-1$

$$\boxed{}\, y_{j+2} \boxed{-2}\, y_{j+1} + \boxed{(1+4\gamma^2)}\, y_{j\,(j+0)} = h\left[f(x_{j+1}, y_{j+1}) - f(x_j, y_j)\right]$$

$\Downarrow$ TEOREMA DI DAHLQUIST (TEO 5.4 del libro)

IL METODO È STABILE $\Leftrightarrow$ LE RADICI DEL SEGUENTE POLINOMIO SONO DI MODULO MINORE O UGUALE A 1 E QUELLE DI MODULO 1 (SE PRESENTI) SONO SEMPLICI

$$1w^2 - 2w^1 + (1+4\gamma^2)w^0$$

$\Downarrow$ CERCO LE RADICI

$$w^2 - 2w + (1+4\gamma^2) = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = \cancel{1} - \cancel{1} - 4\gamma^2 = -4\gamma^2 \qquad \sqrt{-4\gamma^2} = \sqrt{-1}\sqrt{4}\sqrt{\gamma^2} = i \cdot 2 \cdot \gamma$$

$$w_{1,2} = 1 \pm 2\gamma i$$

$$\boxed{\text{Il METODO È STABILE SE } |w_i| \le 1 \quad i = 1, 2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+(2\gamma)^2} \le 1$$

$$1 + 4\gamma^2 \le 1$$

$$4\gamma^2 \le 0 \Leftrightarrow \gamma = 0 \Rightarrow w_1 = w_2 = 1 \quad \text{RADICE DOPPIA}$$

$\Downarrow$

$\gamma = 0$ NON VA BENE

IL METODO NON È MAI STABILE PER NESSUN VALORE DI γ.